Observaciones sobre la primera relación de ejercicios de casa

Seguidamente comento lo que más me ha llamado la atención en esta primera entrega de ejercicios de casa y os doy algunos consejos para próximas entregas.

No es necesario que especifiquéis, como hacéis algunos, los compañeros con los que trabajáis conjuntamente los ejercicios de casa. Si después de trabajar los ejercicios con los compañeros del grupo cada uno los escribe él solo de su puño y letra, tal y como los ha entendido, es imposible que haya dos ejercicios que sean exactamente iguales. Comentar los ejercicios entre compañeros y explicárselos unos a otros, eso no no es copiar. Lo que es copiar es reproducir literalmente lo que otro ha escrito.

Me cuesta trabajo entender cómo es posible suspender unos ejercicios que se pueden hacer en casa con toda la ayuda necesaria (incluyendo, si lo veo oportuno, la mia) y con tiempo suficiente. Creo que muchos de vosotros tenéis la idea de que con lo que se dice en clase es suficiente. Eso no es del todo cierto y vosotros debéis tener también un poco de iniciativa para completar lo que no da tiempo a ver con detalle. Mi impresión es que pocos de vosotros habéis leído las lecturas recomendadas y, aún menos, habéis consultado los ejercicios resueltos de mi libro de Cálculo diferencial. Debéis consultar los ejercicios resueltos porque son una gran ayuda.

Para la próxima entrega os ruego que uséis folios en blanco y los grapéis. El nombre, la titulación y el DNI deben ir en el primer folio. No quiero hojas de cuadernos cuadriculadas ni folios dentro de un plástico. Tampoco quiero ejercicios escritos con lápiz. Usad bolígrafo.

Muchos de vosotros no habéis entendido bien el enunciado de los tres primeros ejercicios. Habéis interpretado que había que probar las igualdades o desigualdades que aparecen en ellos y no era eso lo que se pedía. Se trataba de decir en qué punto del razonamiento se producía un error y el por qué de dicho error.

Me ha llamado la atención que algunos no tenéis claro que no se puede dividir por cero. Otros afirman cosas como que $\frac{0}{0}$ es una indeterminación. Pues no, $\frac{0}{0}$ no significa nada, no es nada y no debe siquiera escribirse. Ya hablaremos de esto más adelante al estudiar los límites. Alguno dice que $\frac{1}{0}$ es infinito. Pues no, eso es un disparate completo. La expresión $\frac{1}{0}$ está prohibida, ni siquiera debe ser escrita. ¿Tiene algún sentido para ti una expresión como $\frac{\maltese}{\text{∾}}$? Pues exactamente lo mismo significan las expresiones $\frac{0}{0}$ o $\frac{1}{0}$.

En Cálculo trabajamos con precisión infinita y nunca jamás usamos decimales (excepto en problemas de cálculo de valores aproximados que ya veremos en su momento). Esto quiere decir que las raíces y los logaritmos no se calculan, se dejan expresados simbólicamente. En Cálculo $\sqrt{2}$ no es igual a $1 \cdot 4142135623730950488$. No uséis decimales en Cálculo.

En Cálculo no se usan grados sino radianes como unidad de medida de ángulos. Debéis de leer lo que se dice de las funciones trigonométricas en el Capítulo 2 de mi libro de Cálculo diferencial. Si usáis grados, entonces la derivada del seno (en grados) no es el coseno (en grados). Muchos no conocen las propiedades más elementales de la función seno.

Fallos de cálculo muy llamativos. Varios de vosotros afirmáis que $\sqrt{a^2+b^2} = a+b$. Otros dicen que $\log(x+y) = \log x + \log y$ o que $\mathrm{e}^{-t} = -\,\mathrm{e}^{t}$. Esos fallos no se pueden permitir.

Debéis explicar lo que hacéis con las palabras justas, sin pasarse. La mayoría de vosotros no dice nada. Por ejemplo, nadie ha escrito que una función polinómica solamente puede cambiar de signo en los puntos donde se anula, y por tanto entre cada par de raíces consecutivas es siempre positiva o siempre negativa. Es ese resultado el que estamos usando para estudiar desigualdades en las que intervienen polinomios, como por ejemplo, la desigualdad $x^3(x+2)(x-3)^2 < 0$.

Por cierto, que algunos desarrolláis el polinomio $x^3(x-2)(x+3)^2$ para después… ¡calcular sus raíces! Son ganas de perder el tiempo.

Falta de respeto a los símbolos matemáticos. Me explico; los símbolos matemáticos tienen un significado preciso. No es igual $<$ que $\leqslant$ ni tampoco es igual $\Longrightarrow$ que $\Longleftrightarrow$. Pues a veces parece que os da lo mismo uno que otro. Hay que ser preciso en el uso de los símbolos.

Uso de expresiones confusas; por ejemplo, la expresión "para todo x entre a y b" se puede interpretar de cuatro formas diferentes. Puede ser para todo x en $]a,b[$ o en $[a,b[$ o en $]a,b]$ o en $[a,b]$. Y no es lo mismo.

Los paréntesis son muy importantes. No es igual $\log x + \sqrt{x^2+1}$ que $\log(x + \sqrt{x^2+1})$.

No comprobáis afirmaciones muy fáciles de comprobar. Por ejemplo, muchos afirmáis que la igualdad $|x-y+z| = |x| - |y-z|$ se verifica cuando $x(-y+z) \geqslant 0$. Es fácil ver que no. Basta hacer $y=1$, $x=z=0$ para darse cuenta de que eso no es correcto.

Cosas muy extrañas como intentar hacer un razonamiento por inducción sobre variables reales. Me parece que para algunos solamente existen los números enteros. Entre 0 y 1 hay muchos números. Palabra. Por ejemplo $e^{-\pi\sqrt{2}}$.

Es una ingenuidad tratar de obtener la solución de un ejercicio de extremos dando unos pocos valores a las variables. Eso casi nunca puede hacerse. Indica un gran despiste esa forma de proceder.

En los ejercicios de extremos casi siempre se pide que se calculen extremos absolutos. La derivada segunda no sirve para eso. Ya veremos esto con más detalle en su momento.

Confío en que en la próxima entrega los resultados sean mejores.

Granada, 2 de noviembre de 2008